КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК ТА КІБЕРНЕТИКИ

Звіт до лабораторної роботи №3

на тему

**«Інтерполяційне наближення функцій»**

Студентки групи К-27

Шемет Катерини

викладач:

Риженко А. І.

**Зміст**

1. Постановка задачі

2. Попередні обчислення

3. Інтерполяція

4. Побудова сплайну

5. Висновки

**1. Постановка задачі**

Побудувати інтероляційний поліном Ньютона для функції

f(x) =

а) за множиною рівновіддалених вузлів

б) за множиною чебишовських вузлів

Побудувати графіки функції f(x) та інтерполяцій.

Побудувати кубічний інтеполяційний природній сплайн та його графік.

**2. Попередні обчислення**

Побудували графік функції:

Зображення, що містить ряд, Паралель, схема, Графік

Автоматично згенерований опис

**3. Інтерполяція**

Рівновіддалені вузли на проміжку [a; b] розраховуються за формулою

Xk = a + k \* (b - a) / (n - 1), k = [0; n - 1]

Для n = 11, рівновіддалені вузли (точність до 10-3):

0 2

0.5 1.5

1 1

1.5 2.5

2 4

2.5 3.5

3 3

3.5 3.5

4 4

4.5 4.5

5 5

Нулі поліному Чебишева на проміжку [a; b] розраховуються за формулою

Зображення, що містить годинник, датчик

Автоматично згенерований опис, k = [0; n - 1]

Для n = 11, чебишовські вузли (точність до 10-3):

4.975 4.975

4.774 4.774

4.389 4.389

3.852 3.852

3.204 3.204

2.5 3.5

1.796 3.387

1.148 1.445

0.611 1.389

0.226 1.774

0.025 1.975

Застосуємо формулу для поліному Ньютона:

Зображення, що містить текст, лист

Автоматично згенерований опис

Результат:

Зображення, що містить ряд, Графік, текст, схема

Автоматично згенерований опис

Зображення, що містить текст

Автоматично згенерований опис

Чорний – графік f(x), червоний – інтерполяція по рівновіддаленим вузлам (PnE(x)), синій – інтерполяція по чебишовським вузлам (PnT(x)).

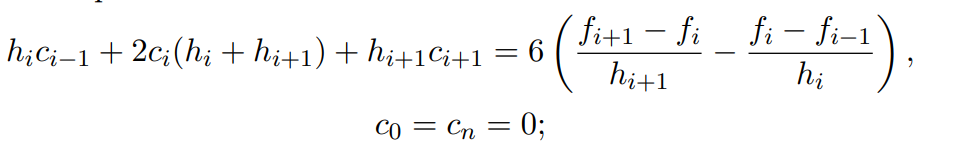
Зображення, що містить текст, ряд, Графік, Паралель

Автоматично згенерований опис 

(Відповідно зелений і помаранчевий)

**4. Побудова сплайну**

Для підрахунку природнього кубічного інтерполяційного сплайну скористаємося формулами (i = [0, n - 1])

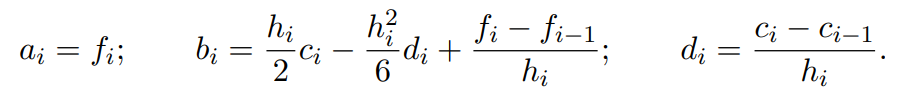


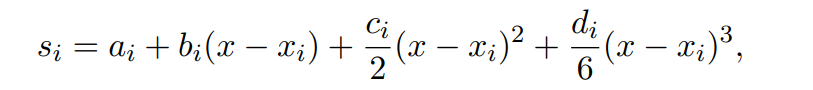
Отримали тридіагональну СЛАР   
4C1+C2+0C3+0C4+0C5+0C6+0C7+0C8+0C9=0  
C1+4C2+C3+0C4+0C5+0C6+0C7+0C8+0C9=48  
0C1+C2+4C3+C4+0C5+0C6+0C7+0C8+0C9=0  
0C1+0C2+C3+4C4+C5+0C6+0C7+0C8+0C9=-48  
0C1+0C2+0C3+C4+4C5+C6+0C7+0C8+0C9=0  
0C1+0C2+0C3+0C4+C5+4C6+C7+0C8+0C9=24  
0C1+0C2+0C3+0C4+0C5+C6+4C7+C8+0C9=0  
0C1+0C2+0C3+0C4+0C5+0C6+C7+4C8+C9=0  
0C1+0C2+0C3+0C4+0C5+0C6+0C7+C8+4C9=0

Розв’язавши дану СЛАР методом Гауса отримали

C1=-3.2077,C2=12.8308,C3=-0.1155,C4=-12.3689,C5=1.5912,C6=6.0043,C7=-1.6083, C8=0.4289, C9=-0.1072

Підставимо у формулу сплайну





Отримали сплайн:

f1(x)= -1.0692x^3-0.7327x+2, 0≤x≤0.5

f2(x)= 5.3462x^3-9.6231x^2+4.0789x+1.1981, 0.5≤x≤1

f3(x)= -4.3154x^3+19.3617x^2-24.9059x+10.8597, 1≤x≤1.5

f4(x)= -4.0845x^3+18.3224x^2-23.3469x+10.0801, 1.5≤x≤2

f5(x)= 4.6534x^3-34.1046x^2+81.5071x-59.8225, 2≤x≤2.5

f6(x)= 1.471x^3-10.2372x^2+21.8383x-10.0985, 2.5≤x≤3

f7(x)= -2.5375x^3+25.84x^2-86.393x+98.1328, 3≤x≤3.5

f8(x)= 0.6791x^3-7.9344x^2+31.8171x-39.7789, 3.5≤x≤4

f9(x)= -0.1787x^3+2.3588x^2-9.3557x+15.1182, 4≤x≤4.5

f10(x)= 0.0357x^3-0.536x^2+3.6711x-4.422, 4.5≤x≤5

Графік сплайну (жовтий) на фоні графіка функції (чорний):

Зображення, що містить ряд, схема, Графік, Паралель

Автоматично згенерований опис

Зображення, що містить текст

Автоматично згенерований опис

Зображення, що містить ряд, текст, Паралель, Графік

Автоматично згенерований опис

Зображення, що містить текст

Автоматично згенерований опис

Для випадку n = 5 СЛАР

4C1+C2+0C3=7.68  
C1+4C2+C3=-5.76  
0C1+C2+4C3=3.84

Має розв’язки

C1=2.5371, C2=-2.4686, C3=1.5771

Сплайн

f1(x)= 0.3383x^3-0.7286x+2, 0≤x≤1.25

f2(x)= -0.6674x^3+3.7714x^2-5.4428x+3.9642, 1.25≤x≤2.5

f3(x)= 0.5394x^3-5.28x^2+17.1858x-14.893, 2.5≤x≤3.75

f4(x)= -0.2103x^3+3.1542x^2-14.4424x+24.6422, 3.75≤x≤5

Аналогічні графіки:

Зображення, що містить ряд, текст, схема, Графік

Автоматично згенерований опис

Зображення, що містить ряд, текст, Графік, Паралель

Автоматично згенерований опис

**Висновки**

В роботі побудували інтероляційний поліном Ньютона для функції

f(x) =

Побудували графіки функції f(x) та інтерполяцій.

Побудували кубічний інтеполяційний природній сплайн та його графік.